2A

УДК 629.7:331.015.62

Аль-Аммори Али
Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

Оценка вероятности ложной тревоги в информационно-управляющих системах

В статье рассматриваются способы повышения эффективности информационно-управляющих систем за счет уменьшения таких отрицательных явлений, как пропуск события (необнаружение) и ложная тревога. Предлагается математическая модель оценки ложной тревоги для повышения точности и достоверности информации, необходимой экипажу для принятия решения в первые моменты возникновения опасных полетных ситуаций.

Введение

Известно, что как точность, так и достоверность контролируемой информации можно существенно повысить путем ее статистической обработки, если подавать на вычислительные управляемые системы информацию одновременно от нескольких датчиков, подключаемых параллельно. Такой способ ввода информации называют параллельным информационным резервированием. Этот способ позволяет существенно повысить точность и достоверность контролируемой информации, поступающей от некачественных и технически ненадежных датчиков.

Цель исследования. Исследование условий повышения надежности и безопасности информационно-управляющих систем за счет уменьшения вероятностей ложной тревоги и необнаружения контролируемого явления.

Объект исследования. Анализ процессов образования вероятностей ложной тревоги, необнаружения контролируемого явления и поиск способов их подавления.

Основная часть

Параллельное резервирование заключается в использовании вместо одного нескольких источников информации (ИИ). При этом информация, поставляемая системой из n ИИ, принимается тогда, когда Q из n источников $Q < n$ подтверждают ее достоверность. Такой принцип ввода информации называется мажоритарным, причем Q определяет индекс мажоритарности.

Пусть дано фиксированное число n зарезервированных одинаковых ИИ, тогда вероятностные характеристики такой системы по мажоритарному принципу приема информации можно описать триномиальным распределением [1-3]:

$$p(n-m, m-k, k) = C_n^{n-m} a^{n-m} \times C_m^{m-k} \times b^{m-k} \times d^{k}, \qquad (1)$$

причем $a+b+d=1$,

где a – вероятность достоверной информации от одного ИИ;

b – вероятность ложного заявления о наличии контролируемого явления (ложная тревога);

d – вероятность необнаружения контролируемого явления.

Выражение (1) определяет вероятность $p(n-m, m-k, k)$ того, что из n ИИ k не обнаруживает никакой информации, когда в действительности она есть, $m-k$ ИИ срабатывают по ложной тревоге, и лишь $n-m$ ИИ подают верную информацию, причем $n > m > k$.

Выражение (1) определяет вероятностное состояние резервированной системы из *n* ИИ, когда все ИИ технически исправны. При технически ненадежной системе число *n* зарезервированных ИИ будет случайной величиной [3].

Вероятность $P(n)$ – случайного числа *n* технически исправных ИИ в системе из N ИИ можно описать биномиальным распределением:

$$P(n) = C_N^n \, p^n \, (1-p)^{N-n}, \tag{2}$$

где *p* – вероятность технически исправного состояния одного из ИИ.

Согласно закону полной вероятности, вероятность $Pz(n,m,k)$ распределения случайной величины Z, представляющей сумму N целочисленных случайных величин, можно описать следующим общим выражением:

$$Pz(n,m,k) = \sum_{n=0}^{N} p(n) p(n-m, m-k, k). \tag{3}$$

Подставив (1) и (2) в (3), получим:

$$Pz(n,m,k) = \sum_{n=0}^{N} C_N^n p^n (1-p)^{N-n} C_n^{n-m} a^{n-m} C_m^{m-k} b^{m-k} d^k. \tag{4}$$

Из выражения (4) несложно получить формулы для определения вероятностей: $P_{1(Q)}$ – вероятность верного сообщения мажоритарной системы ИИ, общее количество которых равно N; $P_{2(Q)}$ – вероятность необнаружения ожидаемого события системой из N ИИ; $P_{3(Q)}$ – вероятность ложной тревоги.

$$\left.\begin{aligned}
P_{1(Q)} &= \sum_{n=0}^{N} C_N^n p^n (1-p)^{N-n} \Big[1 - \sum_{m=n-Q+1}^{n} C_n^{n-m} a^{n-m} (1-a)^m\Big] \\
P_{2(Q)} &= \sum_{n=0}^{N} C_N^n p^n (1-p)^{(N-n)} \sum_{n-N=0}^{Q-1} C_n^{n-m} a^{n-m} \sum_{m-k=0}^{Q-n+m-1} C_m^{m-k} b^{(m-k)} d^k \\
P_{3(Q)} &= \sum_{n=0}^{N} C_N^n \cdot p^n (1-p)^{N-n} \cdot \sum_{m-k=Q}^{n} Cn^{(m-k)} \cdot b^{(m-k)} \cdot d^k
\end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

Причем, $P_{1(Q)} + P_{2(Q)} + P_{3(Q)} = 1$.

Без учета влияния технической надежности, определяемого вероятностью p_i безотказной работы ИИ, выражения (5) определяют, соответственно, системные вероятности: P_1 – достоверного сообщения, P_2 – необнаружения контролируемого явления и P_3 – вероятность ложной тревоги; их можно записать следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
P_1 &= 1 - \sum_{m=n-Q+1}^{n} Cn^{n-m} \cdot a^{(n-m)} \cdot (1-a)^m \\
P_2 &= \sum_{n-m=0}^{Q-1} Cn^{m-n} \cdot a^{n-m} \sum_{m-k=0}^{Q-n+m-1} Cm^{m-k} \cdot b^{(m-k)} d^k \\
P_3 &= \sum_{m-k=Q}^{n} Cn^{m-k} \cdot b^{m-k} \cdot d^k
\end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

Несложно показать, что на основании (6) вероятность $P_{1(Q)}$ верного сообщения, как функция от Q, определяется зависимостью:

$$P_{1(Q)} = 1 - \Delta Q, \qquad (7)$$

$$\Delta Q = \sum_{m=n-Q+1}^{n} Cn^{n-m} a^{n-m} (1-a)^m \cdot \qquad (8)$$

Если индекс Q изменять в пределах от 1 до n, то из анализа формулы (8) вытекает следующее соотношение:

$$\Delta_n > \Delta_{n-1} > \ldots > \Delta_1 \cdot \qquad (9)$$

Согласно формуле (7) с учетом неравенства (9) можно обосновать следующее ранжировывание функции $P_1(Q)$:

$$p_{1(n)} < p_{1(n-1)} < \ldots < p_{1(2)} < p_{1(1)} \cdot \qquad (10)$$

Из неравенства (10) следует: наиболее высокая вероятность $P_1(Q)$ будет тогда, когда $Q = 1$, и наиболее низкая при $Q = n$, но при уменьшении Q увеличивается вероятность ложной тревоги, как это следует из анализа выражений (6).

Нетрудно показать на основании (7) и (8), что при $Q = 1$ формула (7) будет иметь вид:

$$\Delta_{(Q=1)} = (b+d)^n = (1-a)^n . \qquad (11)$$

При $Q = 1$ с учетом (11) вероятность P_1, P_2, P_3 можно определить следующим образом:

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = 1-(1-a)^n \\ p_3 = d^n \\ p_3 = (b+d)^n - d^n \end{array}\right\}. \qquad (12)$$

Задано условие: пусть любому n будет соответствовать равенство $p_2(n) = p_3(n)$. Тогда согласно (12) можно записать уравнение:

$$(b+d)^n - 2d^n = 0. \qquad (13)$$

Произведя замену переменного в уравнении (13) $x = b/d$, получим:

$$(x+1)^n - 2 = 0. \qquad (14)$$

Решение $x(n)$ уравнения (14) имеет вид:

$$x(n) = \sqrt[n]{2} - 1 = b/d. \qquad (15)$$

Из (15) следует

$$b = (\sqrt[n]{2} - 1)d. \qquad (16)$$

Поскольку $b + d = 1 - a$, то можно написать

$$(\sqrt[n]{2} - 1)d + d = 1 - a. \qquad (17)$$

Из (17) можно определить

$$b = \frac{(1-a)(\sqrt[n]{2}-1)}{\sqrt[n]{2}} \text{ и } d = \frac{(1-a)}{\sqrt[n]{2}}. \qquad (18)$$

Выражение (18) задает технические требования на вероятностные характеристики b и d источника информации, если необходимо, чтобы при увеличении числа ИИ соблюдалось условие:

$$p_2(n) = p_3(n).$$

Если же ИИ такой, что $b = d$, то с увеличением числа n источников информации в системе вероятность p_3 ложной тревоги будет увеличиваться так, что соотношение между вероятностями P_2 и P_3 будет определяться формулой:

$$\frac{p_{3(n)}}{p_{2(n)}} = 2^n - 1. \qquad (19)$$

Последнее соотношение легко находится из выражения (12).

Как видно из (20), с увеличением n вероятность ложной тревоги существенно возрастает по сравнению с вероятностью $p_{2(n)}$ необнаружения.

Если соблюдается условие $b = d$, то при больших n из выражений (12) нетрудно найти соотношение:

$$\frac{P_{1(n)}}{P_{3(n)}} \approx \frac{1}{(1-a)^n} - 1. \qquad (20)$$

При соблюдении условий (18) с учетом большого n и малого d на основании (19) можно записать:

$$\frac{P_{1(n)}}{P_{3(n)}} \approx \frac{1}{((\sqrt[n]{2}-1)\cdot d + d)^n} - 1. \qquad (21)$$

Анализ формул (20) и (3) показывает, что при выполнении требований (18) с увеличением n, вероятность $p_1(n)$ верного сообщения растет быстрее (рис. 1) по сравнению с вероятностью $p_3(n)$, чем при условии $b = d$.

$$M(n) = \frac{(1-a)^n}{((\sqrt[n]{2}-1)d + d)^n}, \qquad (22)$$

$M(n)$ – коэффициент роста вероятности $p_{1(n)}$ по сравнению с $p_3(n)$ в зависимости от n при выполнении условий (18).

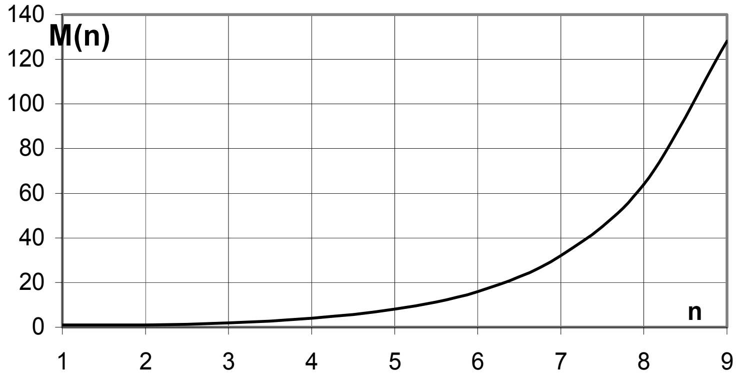


Рисунок 1 – Зависимость коэффициента $M(n)$ роста вероятности $p_1(n)$ по сравнению с $p_3(n)$ при повышении порога срабатывания при $a = 0{,}99$

Таким образом, иногда в конкретных условиях имеет смысл загрублять чувствительность ИИ, повышая их порог срабатывания с тем, чтобы выполнялись требования (18). При этом вероятность $p_2(n)$ необнаружения будет несколько увеличена, однако, как показывает анализ соотношения (21), (22), с увеличением n этот недостаток можно в некоторой степени компенсировать.

Выводы

1. Способ параллельного резервирования информации существенно снижает вероятность необнаружения ситуации и мало влияет на снижение вероятности ложной тревоги.
2. Применение принципов мажоритарной логики позволяет снижать вероятность ложной тревоги, но при этом необходимо увеличивать число параллельных каналов, что связано с экономическими ограничениями.

Литература

1. Аль-Аммори Али. Оценка эффективности информационно-управляющих систем распознавания опасных полетных ситуаций / Аль-Аммори Али // Информационно-управляющие системы. – 2008. – № 6. – С. 16-21.
2. Справочник по вероятностным расчетам / [Абезгаус Т.Т., Тронь А.П. и др.]. – М. : Воениздат, 1989. – 656 с.
3. Аль-Аммори Али Исследование влияния реальной технической надежности на эффективность информационного резервирования / Аль-Аммори Али // Искусственный интеллект. – 2006. – № 4. – С. 660-663.

Аль-Амморі Алі
Оцінка вірогідності помилкової тривоги в інформаційно-керуючих системах
У статті розглядаються засоби підвищення ефективності інформаційно-керуючих систем за рахунок зменшення таких негативних явищ, як пропуск події (невиявлення) та помилкова тривога. Пропонується математична модель оцінки помилкової тривоги для підвищення точності і достовірності інформації, необхідної екіпажу для ухвалення рішення в перші моменти виникнення небезпечних польотних ситуацій.

Al-Ammouri Ali
Estimation of Probability of False Alarm is in information-control systems
In the article the methods of increase of efficiency of the information-control systems are examined due to diminishing of such negative phenomena, as admission of event (not discovery) and false alarm. The mathematical model of estimation of false alarm is offered for the increase of exactness and authenticity of information necessary to the crew for a decision-making in first moments of origin of flight near-accidents.

Статья поступила в редакцию 24.02.2010.